EL LENGUAJE FORMAL DE LAS ECUACIONES POLINOMICAS

Presentado por:

JAIRO ANTONIO SAAVEDRA MARTINEZ

Director:

WILLIAM ALFREDO JIMÉNEZ

EL LENGUAJE FORMAL DE LAS ECUACIONES POLINOMICAS

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO MATEMÁTICAS

COLOMBIA

2014

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE EVALUACION DE TESIS DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado ***"El lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas."*** Presentado por el estudiante:

Jairo Antonio Saavedra Martínez - 2014182037

Como requisito parcial para optar al título de **Especialización en Educación Matemática**, analizado el proceso seguido por el estudiante en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigno la calificación de **Aprobado** con **46** puntos.

Observaciones:

En constancia se firma a los 03 días del mes de diciembre de 2014.

J U R A D O S

Director(a) del Trabajo: Profesor(a) WILLIAM JIMÉNEZ

Jurado:

Profesor(a) YEISON SANCHEZ

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	El lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas
Autor(es)	Saavedra Martínez, Jairo Antonio
Director	William Alfredo Jiménez
Publicación	Bogotá. Universidad pedagógica nacional, 2014. 44p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	Lenguaje, formal, ecuaciones, polinomios

2. Descripción

En este trabajo se estudiara algunos elementos matemáticos que en la historia permitieron formalizar el objeto ecuación polinómicas a partir de la noción de un lenguaje formal y observar si los lenguajes formales se evidencian en las políticas educativas del ministerio de educación, esto con el fin de reflexionar sobre el conocimiento que se tiene de las ecuaciones polinómicas y cómo este conocimiento puede complementarse y así mejorar la práctica docente. Se comenzó a analizar y estudiar lo que es lenguaje, lenguajes formales y lenguajes formales en matemáticas, esto con el fin de resaltar que conceptos, objetos son fundamentales para la construcción de un lenguaje formal en matemáticas, Posteriormente se realizó una mirada a los lineamientos y estándares curriculares, centrándose en la forma cómo viven los lenguajes formales en matemáticas. En un tercer momento se realiza un recorrido histórico que esta enfoca en el desarrollo que han tenido los polinomios, las ecuaciones polinómicas y el lenguaje de las ecuaciones polinómicas, resaltando cuales han sido los aportes más significativos para la evolución de los polinomios las ecuaciones y el lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas, en el último momento se desarrolló una construcción del lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas en una variable.

3. Fuentes

Castillo, C. I. (2010). *lógica y teoría de conjuntos .* Madrid : Universidad de Valencia .

Jean, A. (1999). *INTRODUCTION TO LINGUISTICS.* Obtenido de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:V4MCzE-Zd4EJ:https://zope.angl.hu-berlin.de/import/oldsite/faculty/olsen/files/script_ws08.doc+&cd=2&hl=es&ct=clnk&gl=co

John Tabak. (2004). *algebra sets symbols, and the language of thought.* New York: Facts On File,.

Malisani, E. (1999). Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico vision historica . *Revista IRICE*.

Ministerio de Educacion Colombia. (2010). *Ministerio de Educacion nacional* . Obtenido de Lineamientos curriculares : http://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-article-339975.html

Ochoviet, C. (2007). De la Resolución de Ecuaciones Polinómicas al algebra abstracta. un paseo a través de la Historia. *Revista digital Matemática*, 1-19.

oficina de ciencias de la unesco para america latina. (1972). *La matemáticas y la Educación .* montevideo .

Peinado, F. (2009). *universidad Complutense*. Obtenido de http://web.fdi.ucm.es/profesor/fpeinado/courses/compiling/Repaso-LenguajesFormales.pdf

Puig, L. (2006). La resolución de problemas en la historia de las matemáticas . *Publicacions de la universidad de Jaumen 1*, 39-57.

Simondi, V. Y.–S. (s.f.). tres civilizaciones tres numeraciones. *Educacion matemática*, 3-27.

Stix, G. (septiembre de 2008). *http://www.investigacionyciencia.es/cesta*.

4. Contenidos

Lenguaje, Lenguaje natural, Lenguaje formal, Lenguaje formal en matemáticas, Lineamientos y estándares curriculares, Línea del tiempo, Polinomios en una variable, Lenguaje formal ecuaciones polinómicas en una variable.

5. Metodología

El desarrollo de este trabajo se divide en tres momentos, el primer momento se centró en la búsqueda de bibliografía en torno a los objetos de estudio (lenguaje, polinomios ecuaciones polinómicas e historia de los polinomios y de las ecuaciones polinómicas), posteriormente clasificarlo y escoger la bibliográfica que sirviera para desarrollar el trabajo, entre esta bibliografía encontramos artículos de revistas de historia y de educación matemática, libros de matemáticas, libros de educación, documentos del ministerio de educación y documentos de páginas web, en un segundo momento cuando ya se tenía escogida la bibliografía se comenzó a estudiar y analizar la información obtenida para realizar una clasificación que tenía como fin observar lo que podía aportar para la construcción de cada capítulo, en el tercer momento se desarrollaron cada uno de los capítulos apoyándose en la información recogida, comenzando por el capítulo del lenguaje, teniendo en cuenta los aportes que nos da este capítulo en cuanto al lenguaje formal en matemáticas se pasó a mirar cómo viven los lenguajes formales en matemáticas en los lineamientos y los estándares curriculares, después se pasó a construir la línea del tiempo en la cual se intenta caracterizar la evolución de los polinomios, las ecuaciones y el lenguaje formal e las ecuaciones, en el capítulo cuatro se plantea una forma de construir el lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas y por último se plantean las conclusiones.

6. Conclusiones

- Los lenguajes en matemáticas son grupos o conjuntos de términos que cumplen un papel determinado dado por la estructura lógica que lo fundamenta, por medio de definiciones, reglas, axiomas, teoremas, que permiten a las personas comunicarse de una forma exacta, a diferencia de los lenguajes que se manejan normalmente (lenguajes naturales). Libre de ambigüedades, los lenguajes matemáticos permiten entender, manipular y comunicar de una manera exacta dentro de las teorías matemáticas.
- Los lenguajes matemáticos se encuentran presentes en los lineamientos curriculares por medio de los sistemas que se les asigna a cada uno de los pensamientos, basándose en la noción de sistema planteada por el Doctor Vasco, pero la forma como están presentes de una manera implícita y no se resalta la importancia y la necesidad de manejar estos lenguajes para un mejor desarrollo de los diferentes pensamientos y procesos matemáticos que debe desarrollar cada uno de los estudiantes.
- En la fase moderna las matemáticas tuvieron un gran avance en todos los sentidos y esto se ve reflejado en la creación de nuevas teorías matemáticas, como lo la idea de campo y la teoría de grupos creadas por Evariste Galois.
- Basándose en el lenguaje formal del algebra se construyó un lenguaje formal para los polinomios en una variable, con este mismo lenguaje que se creó, se construye un lenguaje formal para las ecuaciones polinómicas en una variable.

Elaborado por:	Jairo Antonio Saavedra Martínez
Revisado por:	William Alfredo Jiménez

Fecha de elaboración del Resumen:	05	12	2014

CONTENIDO

CONTENIDO TABLAS

CONTENIDO ESQUEMAS

CONTENIDO GRÁFICOS

INTRODUCCIÓN

Los conocimientos matemáticos se han trasmitido de generación en generación y de cultura a cultura, por tal razón es de suponerse que dichos conocimientos fueron trasmitidos y se fundamenta por medio de algunos lenguajes, en los comienzos de la humanidad los lenguajes que se utilizados para trasmitir y fundamentar los conocimientos matemáticos fueron los naturales, a medida que la humanidad fue evolucionando se vio la necesidad de crear algunos lenguajes universales para poder desarrollar y comunicar los conocimientos matemáticas estos lenguajes universales son los lenguajes formales en matemáticas.

En este trabajo se propone una forma para construir el lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas en una variable, para lograr este cometido el trabajo se divide en cuatro momentos. En el primer momento se trabaja con el lenguaje, haciendo énfasis en los lenguajes formales en matemáticas, mostrando algunas características esenciales tanto del lenguaje en general como de los lenguajes formales en matemáticas. En un segundo momento se expone como los lenguajes formales en matemáticas se encuentran inmersos en los lineamientos y en los estándares curriculares definidos por el Ministerio de Educación de Colombia. En el tercer momento se realiza un recorrido histórico en el estudio y la evolución de: polinomios, ecuaciones polinómicas y su lenguaje. En el cuarto momento se formula una construcción del lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas en una variable.

OBJETIVOS

General

Estudiar algunos elementos matemáticos que en la historia permitieron formalizar el objeto ecuación polinómicas a partir de la noción de un lenguaje formal y observar si los lenguajes formales se evidencian en las políticas educativas del ministerio de educación, esto con el fin de reflexionar sobre el conocimiento que se tiene de las ecuaciones polinómicas y cómo este conocimiento puede complementarse y así mejorar la práctica docente.

Específicos

a. Estudiar qué es un lenguaje natural, un lenguaje formal y un lenguaje formal en matemáticas.

b. Identificar y analizar algunos de los elementos que fueron determinantes en la historia de las matemáticas para formalizar el concepto de ecuación polinómicas.

c. Identificar si las ecuaciones polinómicas son estudiadas como objetos de un lenguaje formal en la educación básica y media.

d. Reflexionar sobre la pertinencia y utilidad de abordar el estudio de ecuaciones polinómicas desde la perspectiva de un lenguaje formal.

e. Construir un lenguaje formal para las ecuaciones polinómicas de una variable.

CAPÍTULO 1

1. LENGUAJE

Un lenguaje es un sistema estructurado de símbolos[1]que permite crear una representación del mundo o del contexto de trabajo, su principal función es lograr que los hombres se puedan comunicar entre sí; en este sentido lo primero que se debe hacer para poder utilizar un lenguaje es conocer los diferentes elementos que componen, reconocer y manejar las diferentes relaciones y reglas que se pueden establecer entre estos y finalmente poder comunicarse.

Particularmente, el conocimiento matemático se ha constituido en un saber que históricamente se ha trasmitido de generación en generación y de cultura a cultura, razón por la cual puede pensarse que las matemáticas están formuladas sobre diversos lenguajes. Sin embargo a través de la historia, se observa que las matemáticas se han intentado desarrollar y comunicar con cualquier lenguaje, no obstante se ha perseguido la construcción de un lenguaje práctico, formal y especifico.

Cuando hablamos de matemáticas nos referimos principalmente al hecho de realizar un proceso de pensamiento que implica “construir” y “aplicar” una serie de ideas abstractas relacionadas entre sí de manera lógica y que generalmente surgen al resolver problemas en la ciencia, la tecnología y la vida cotidiana, de esta manera a lo largo de la historia ha propiciado la creación de unos “lenguajes matemáticos” que tiene como objetivo “ser práctico” y no es su objetivo “ser estético”, tal lenguaje surge por la necesidad de comunicar hechos, desarrollos y descubrimientos. Ahora si vemos las matemáticas como teorías con sus propios lenguajes lo primero que se debería hacer es conocer los elementos que componen estos lenguajes para poder manipularlos, conocerlos desarrollarlos y poderlos comunicar.

Ahora bien, podemos cuestionarnos acerca de si en el aula de clase se explicita que las matemáticas se trabajan sobre lenguajes, a veces podemos trabajar con distintos lenguajes en el desarrollo de un mismo tema y que en algunas ocasiones pasamos de un lenguaje a otro sin tener en cuenta si el estudiante está consciente de este cambio o si tiene las nociones necesarias para hacerlo. A continuación, se presentar algunas características generales sobre lo que es un lenguaje natural, cuáles son sus elementos principales y sus objetos de estudio,

[1]Es cualquier carácter o expresión que tenga un significado concreto y se asocie con un concepto matemático.

para luego adaptar estas nociones a un lenguaje formal y posteriormente a un lenguaje formal en matemático.

1.1 LENGUAJE NATURAL

El lenguaje se originó por situaciones prácticas, si vemos en los orígenes de la humanidad las personas no sabían leer ni escribir, pero la oralidad y el lenguaje hablado fue el modo de perpetuar las ideas y las costumbres. La escritura permite transcribir la lengua por medio de símbolos visibles para perdurar las ideas, las costumbres y los avances de la humanidad en todos los campos. (Stix, 2008)

Miremos el lenguaje entendido como un sistema estructurado entre un emisor y un receptor, sus elementos son, el canal, el código, el mensaje y el contexto, este sistema es utilizado para trasmitir mensajes e ideas que tengan sentido tanto para el emisor como para el receptor. Dada la importancia del lenguaje se creó la lingüística, que se encarga del estudio científico del lenguaje como forma de comunicación humana en cuanto a su código, su sistema de símbolos y su evolución a lo largo de la historia, su estudio se basa en: (Jean, 1999)

Fonemas:

Unidad mínima y abstracta que posee el lenguaje, por sí sola no posee significado, pero si tiene unos rasgos especiales que lo diferencian en distintas situaciones. Ejemplo: [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j]. La unión de fonemas genera *lexemas* y *monemas*;

Lexema: es un conjunto de fonemas que forman la parte de la palabra[2] que no cambia el significado, siempre es el mismo, ejemplo: lag, deport, mar.

Monema: conjunto de fonemas que le dan diferentes connotación esa la palabra, ejemplo: os, o, una, le dan diferentes significados al lexema lag: lagos, lago, laguna, otro ejemplo e, es, ista, ivo le dan diferentes significados al lexema deport: deporte, deportista, deportivo.

Los fonemas unidos a unas reglas para combinarlos y los 5 niveles que hacen parte de sistema lingüístico nos permiten estructurar un lenguaje, los niveles son: *fonético, morfosintáctico,*

[2] Sonido distinto y articulado que los hombres han convertido en signos para significar sus pensamientos (Segel,1980)

semántico, sintáctico y pragmático, cada uno de ellos se encarga de una parte específica que a continuación se especificara.

Fonética:

Es la que se encarga de estudiar los sonidos, su centro de estudio y de desarrollo son los fonemas y sus principales ramas son:

Fonética experimental: se encarga del estudio las propiedades acústicas y físicas de los sonidos generados por el habla.

Fonética articulatoria: estudia los sonidos del lenguaje desde el punto de vista de los órganos orales que generan los sonidos.

Fonemática: estudia la articulación física del lenguaje.

Fonética acústica: estudia la salida de las ondas sonoras.

Fonética auditiva: estudia la recepción de las hondas desde el punto del oyente.

Morfosintáctico:

Estudia la estructura interna de las palabras teniendo en cuenta su forma, es decir cómo está constituida y su función dentro de la oración[3]. El estudio morfosintáctico permite construir oraciones con sentido guardando la ilación lógica entre las palabras evitando la ambigüedad.

Semántico:

Estudia los fenómenos relacionados con los diferentes significados, sentidos o interpretaciones de los signos lingüísticos como símbolos, palabras o representaciones formales.

[3] La oración es la unidad menor de significación que tiene un sentido completo. El elemento principal de la oración es el verbo. Sin el verbo, no puede haber oración, y puede haber oración con sólo enunciar un verbo. La oración acaba en pausa o en punto, es decir, tiene una entonación cerrada. (Segel,1980)

Sintáctico:

Estudia las reglas de formación, combinación de las palabras, para construir oraciones, constituyentes sintácticas, es decir la relación de las palabras en la oración, su combinación y sus funciones.

Pragmático:

Se encarga de estudiar todo lo que tenga que ver con la acción de comunicarse y darse a entender, cómo el contexto influye en la interpretación del significado, en este aspecto se tiene en cuenta cualquier factor extralingüístico. (Jean, 1999)

En conclusión un **lenguaje natural** es un sistema estructurado inventado por el hombre que le permite comunicarse de una forma natural con los demás miembros de una comunidad, tanto de manera oral como de manera escrita, esta comunicación se encuentra regulada bajo unas reglas y unos tratados establecidos por el hombre. Considerando el tipo de estudio que se pretende desarrollar, no estamos interesados en abordar cualquier tipo de lenguaje sino aquel que permita describir con precisión elementos matemáticos, es por esto que nos centraremos en los lenguajes formales.

1.2 LENGUAJE FORMAL

Cuando se hace referencia a los lenguajes formales debemos tener en cuenta que están formados por un conjunto de símbolos que usualmente se organizan en categorías o tipos, a diferencia de los lenguajes naturales que solo poseen un conjunto de símbolos, la unión de estos generan cadenas de símbolos, también cuenta con unas reglas que son las que establecen qué cadenas de símbolos son admitidos o están formadas de una manera correcta. Al conjunto de símbolos se le denomina alfabeto y al conjunto de reglas se les denomina reglas sintácticas, la unión de símbolos bajo las reglas sintáctica generan cadenas de símbolos bien formadas, las cuales pueden ser finitas o infinitas y se catalogan como *términos* (cadenas de símbolos que nombran objetos) y *formulas* (*c*adenas de símbolos que afirman algo). (Castillo, 2010) (Peinado, 2009)

1.2.1 LENGUAJES FORMALES EN MATEMÁTICAS

La necesidad que ha tenido el hombre para describir procedimientos de manera exacta y precisa lo ha llevado a la formalización, específicamente se trata de que todos los pasos y las reglas empleadas en el procedimiento estén explícitas y detalladas.

Cuando se habla de un lenguaje formal en matemáticas se entendiendo como: una creación del hombre que le permite representar, comunicar, construir afirmaciones, definir relaciones, crear conceptos, plantear ideas, modelar situaciones, realizar demostraciones, etc.; por medio de conjuntos de símbolos, que cumplen un papel determinado y específico. Una condición de estos símbolos es que se pueden utilizar, sin referirnos al significado de cada uno de ellos. La especificidad del lenguaje matemático recae en su naturaleza abstracta y en el uso de un lenguaje formal muy distinto al lenguaje natural.

Aprender a manejar estos lenguajes matemáticos implica conocer los elementos que los conforman, dominarlos y usarlos en el desarrollo de las diferentes teorías matemáticas, buscando algunas relaciones con la realidad por esto se hace necesaria la articulación entre el lenguaje natural, implícito e intuitivo, y los lenguajes matemáticos científicos, explícito y formalizado. (Castillo, 2010)

Cuando se habla de ***lenguajes matemáticos,*** se hace referencia a dos cuestiones distintas pero interrelacionadas, por una parte se referiré a la simbología utilizada en matemáticas y por otra, se refiriere a la estructura y presentación de los contenidos matemáticos.

Así, las matemáticas además de poseer sus propios conceptos como las demás ciencias, han creado su propio alfabeto. En la vida diaria se diferencia entre letra y símbolo, aunque realmente una letra es un símbolo que representa algo, un símbolo matemático representa algo y además se puede unir con otros símbolos. La simbología matemática está repleta de caracteres gráficos ($\exists, \forall, \leftrightarrow, \subseteq, \notin, +, \geq, \sqrt{}\ \sum\ , \prod$, etc.), denominados logogramas que son como las “palabras” de cualquier idioma (en adelante se denominara “lenguaje natural” al de cualquier idioma para diferenciarlo del “lenguaje matemático”).

Los símbolos matemáticos se deben conocer primero para poder interpretar lo que se está trasmitiendo atreves de ellos y segundo para expresar lo que se quiere decir. Es importante destacar que los símbolos no son lo importante en un lenguaje, sino el papel que se le puede asignar a cada uno de ellos, pero para evitar ambigüedades y confusiones, se hace necesario llegar a acuerdos en cuanto al manejo de los símbolos que hacen parte de los diferentes lenguajes matemáticos, para que cada una de las “palabras” matemáticas tengan un significado único, de manera que no existan sinónimos para las “palabras matemáticas” como ocurre en el lenguaje naturales.

Sobre la base de este alfabeto matemático, la gramática se presenta por medio de definiciones de las expresiones que se admiten como *bien formadas* en el lenguaje formal. Estas expresiones son *cadenas* de símbolos, esto es, símbolos dados en un cierto orden. Así se constituye la *sintaxis* del lenguaje. Posteriormente se les puede asignar significado a los símbolos, obteniéndose así la *semántica* del lenguaje. (Castillo, 2010)

Ejemplo:

Se puede observar que los siguientes símbolos “1”, “2”, “3”,”4”,”5”, etc. se refieren a números que hacen parte de un lenguaje matemático, significando respectivamente lo mismo que las palabras “uno”, “dos”, “tres”, ”cuatro”, ”cinco”, etc.. Del lenguaje natural. No obstante, sus ventajas posicionales y composicionales son obvios. Así, con este lenguaje, y bajo un sistema posicional decimal, juntar los dígitos del “0” al “9” en un orden, da lugar a nuevas expresiones cadenas que se refieren a números. Así, “135” se refiere al número que se designa en el lenguaje natural con la frase “ciento treinta y cinco ” y está claro que es un número diferente al que se refiere el numeral “513”, pese a contener los mismos dígitos.

Ahora se analizan los símbolos para las operaciones aritméticas de suma, “$+$”, resta, “$-$”,multiplicación “$\times$” y división “ $\div$” que expresan lo mismo que las palabras “más” , “menos”, “multiplicar” y “dividir”, si se elimina sus ambigüedades y dándole un carácter universal: compárese la expresión $\sum_{i=1}^{n}(n+1)$ con la expresión “la sumatoria de *n* más uno desde *i* igual a uno hasta *n*”, mientras que la segunda expresión requiere conocimiento de la lengua natural, la primera requiere únicamente conocimiento de la simbología matemática, conocimiento que posee cualquier persona que conozca matemáticas , independientemente de la lengua natural que maneje.

De igual forma, el lenguaje matemático permite un nivel de abstracción mayor. Fácilmente, se pueden introducirse *variables* (es decir, cadenas que sirven para referirse de manera indeterminada a cualquier elemento del universo) y así expresar hechos que se cumplen para todos los elementos del universo, como la propiedad conmutativa de la suma: “$x+y=y+x$, lo cual es mucho más engorroso formular en lenguaje natural. También, en la medida que el nivel de abstracción y el grado de complejidad aumenta con la utilización de símbolos que relacionen dos o más elementos de alguna manera como por ejemplo el signo igual “=”, en los procedimientos matemáticos surgen nuevos símbolos, relaciones y expresiones que permiten desarrollar conceptos en un nivel superior, a continuación se presentan 1 ejemplos de lenguajes formales.

1. Se define un lenguaje el cual se llamara numero *“1, 2”*en el que el alfabeto está conformado únicamente por los símbolos 1 y 2 y la única, regla sintáctica consiste en que a la derecha de un “1” en una cadena deben aparecer dos “2”, mis cadenas serian infinitas algunas serian 122, 122122, 122122122, 122122122122122, etc. La unión de todas estas cadenas serían los términos del lenguaje 12, introduciremos 3 símbolos a nuestro lenguaje que serán=, que su papel será decir cuando dos de las cadenas del lenguaje son equivalentes, el segundo símbolo lo llamaremos dar se definirá con el signo < , significara que uniremos 2 términos siguiendo la reglas sintácticas, un ejemplo sería el siguiente 122<122122=122122122, el tercer símbolo lo llamaremos rec y lo definiremos con > lo que hace es el que tenga más elementos no importa el orden los quitaremos ejemplo: 122>122122=122.

Los lenguajes matemáticos permiten manipular con exactitud todos los objetos vinculados, para así poder expresar todo lo que se quiera bajo unas ciertas reglas o normas. Algunos elementos importantes que posee un lenguaje matemático son: variables, constantes, relatores, funtores cuantificadores, conectores.   A continuación se definir los conjuntos de elementos que hacen parte de nuestro alfabeto matemático.

Debemos diferenciar dos clases de elementos dentro de nuestro alfabeto matemático, los elementos no lógicos y los lógicos, los no lógicos son aquellos que me pueden representar el universo de los objetos a los cuales queremos referirnos, pero también me pueden representarlas diferentes relaciones que podemos establecer entre los objeto de mi universo, los lógicos son aquellos que me permiten construir o cambiar afirmaciones por medio de la utilización de los elementos no lógicos, comencemos definiendo los elementos no lógicos y posteriormente los elementos lógicos. (Castillo, 2010)

Variables:

Deben ser infinitas y se le asociara un numero natural diferente el cual llamaremos n sub índice se nombraran de la forma $x_n$son los símbolos que me representan el universo de los elementos que vamos a manejar, que en algún momento pude representar a cualquiera y además puede ser remplazado por cualquiera de los elementos de mi universo. (Castillo, 2010)

Constantes:

puede tener infinitas, finitas o ninguna las cual también se le puede asociar un número natural i a cada una de ellas el cual podemos llamar sub índice y la podremos nombrar como c_i, Son símbolos del lenguaje que me representa elementos específicos de mi universo, pero las constantes pueden representar cosas distintas en situaciones distintas y en tiempos distintos (Castillo, 2010)

Relatores:

Todo lenguaje formar deberá tener mínimo el relator "=", a cada relator se le asignara un numero natural i pero además un rango n dependiendo de la cantidad de elementos que relacione lo nombraremos como R_i^n, son símbolos que me representan relacionan entre variables o constantes, de una forma clara y coherente que no se preste para ambigüedades. (Castillo, 2010)

Funtores:

Puede tener ningún, finitos o infinitos si existe a cada uno se le asignara un numero natural i y un rango n dependiendo de la cantidad de elementos que relacione lo nombraremos f_i^n, son símbolos que a una variable o a varias variables o a una constante o a varias constantes les asigna otra variable o otra constante. (Castillo, 2010)

Conectores lógicos:

Crean relaciones más complejas entre los otros elementos del lenguaje, son: Negador: se le asignara ¬. Implicador: se le asignara→. (Castillo, 2010)

Cuantificador universal:

Le asignaremos ∧, son los que me determinan la existencia o no, de las variables y las constantes relacionadas con los relatores. (Castillo, 2010)

Descriptor:

Puede o no tener un descripto si existe lo representan con el símbolo | (Castillo, 2010)

Existen algunas reglas para la construcción de cadenas de caracteres las cuales estarán conformadas por los elementos de nuestro lenguaje, no todas estas cadenas tendrán sentido, mientras que otras si, algunas nombraran objetos, otras que me afirmaran algo reciben el nombre de fórmulas, como hablamos de un lenguaje formal se debe demostrar por medio de unas reglas si es un objeto es una formula.

Los lenguajes formales clásicos en matemáticas se caracterizan por el trabajo con sus términos y sus fórmulas sin necesidad de referirnos a su significado por esta razón se debe mostrar cuando un cadena de símbolos me representa un *término* o cuando es una *formulas* esto se realiza por medio de las siguientes reglas.

Si x_i me representara un término y α y β fórmulas de mi lenguaje tenemos que.

a. x_i es un termino
b. c_i es una termino
c. $R_i^n t_1 \dots \dots \dots t_n$ es una formula
d. $f_i^n t_1 \dots \dots \dots . t_n$ es un termino
e. $\neg\alpha$ es una formula
f. $\rightarrow \alpha\beta$ es una fórmula que por comodidad se escribirá $\alpha \rightarrow \beta$
g. $\wedge\, x_i\alpha$ es una formula
h. $|x_i\alpha$ es un término si el lenguaje tiene descriptor. (Castillo, 2010)

Cada una de las reglas anteriormente enunciadas indican que se aplica a cadenas de signos que comienzan con un símbolo específico, la regla a solo será aplicada cuando el primer término sea una variable, la regla b cuando el primer término sea una constante y ha si sucesivamente, llamaremos *expresiones* de nuestro lenguaje formal a las cadenas de símbolos que me representen un término o una formula.

Ejemplo de una formula seria: $\alpha = R_1^2 x_1 x_2 \rightarrow R_2^1 x_3$.

Ahora con las reglas mostraremos que es una formula, como α comienza con un relator nos debe cumplir la regla c, después del relator debe haber una variable o n variables encontramos dos variables x_1 y x_2, ahora tenemos que α es una formula si y solo si $\beta = \rightarrow R_2^1 x_3$ es una formula, por tal motivo nos remitimos a la regla f donde su primer elemento es $\rightarrow$, el siguiente termine debe ser una formula entonces $R_2^1 x_3$ debe ser una formula nos remitiremos entonces a la regla c donde su primer elemento es un relator y su siguiente elemento una variable, como esto es verdad hemos mostrado que α es una fórmula de nuestro lenguaje. (Castillo, 2010)

Esto nos permite verificar cuando una cadena α de símbolos es una *expresión* o no en cualquier lenguaje formal siguiendo las reglas remitiéndonos a los elementos que la inicien y aplicando las reglas, esto permite verificar cuando una cadena de símbolos es un *término,* una *formula* o no es algo valido en mi lenguaje formal.

Todo termino comienza con una variable, una constante, un funtor o el descriptor si lo hay, y toda formula comienza por un relator, el negador, el implicador y el cuantificador universal, esto me indica que una *expresión* nunca será una formula y un término a la vez.

Como se puede observar **los lenguajes formales en matemáticas** son creaciones del hombre para estudiar, desarrollar, comunicar los diferentes conocimientos matemáticos que están constituidos por elementos lógicos y no lógicos, que están plenamente identificados y caracterizados, además se cuenta con algunas reglas que determinan cuando la unión de estos elementos lógicos y no lógicos son válidos en el lenguaje formal es decir cuando estas cadenas son una formula bien formada, por otro lado se puede determinar cuando estas cadenas de fórmulas bien formadas determina un elemento de nuestra teoría o me representa una formula.

Teniendo definido que es un lenguaje formal en matemáticas en el siguiente capítulo se realizara una mirada como viven estos lenguajes formales en los lineamientos y estándares curriculares dados por el ministerio de educación de Colombia.

CAPÍTULO 2

En este capítulo se pretende dar una mirada al tratamiento de los lenguajes formales en matemáticas en el currículo colombiano, según el ministerio de educación El currículo es: *el conjunto de criterios planes de estudio, programas metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.(lineamientos curriculares ,1998, pag. 1)* (Ministerio de Educacion Colombia, 2010)

Ahora nos centraremos en los lineamientos y los estándares que son los pilares de la educación básica y media en Colombia.

2. LINEAMIENTOS Y ESTÁNDARES CURRICULARES

Los lineamientos curriculares son las orientaciones dadas por el Ministerio de Educación desde un punto de vista epistemológico y didáctico para todas las áreas obligatorias entre ellas las matemáticas; según la ley general de educación, los estándares curriculares fueron creados para darle una mayor precisión a lo que se plantea en los lineamientos curriculares. (Ministerio de Educacion Colombia, 2010)

Si se observan los referentes curriculares que aparecen en los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional, es factible formular algunas preguntas que se relacionan con los lenguajes formales en matemáticos: ¿Qué son las matemáticas? Un aporte para poder responder esta pregunta sería ver las matemáticas como teorías con sus propios lenguajes, ¿En qué consiste la actividad matemática en la escuela? Se puede partir por decir que se relaciona con los lenguajes porque si los estudiantes no manejan estos lenguajes no podrán desarrollar adecuadamente algunas actividades matemáticas en el aula ¿Para qué y cómo se enseñan las matemáticas? Un aporte para contestar esta pregunta sería que para aprender y enseñar algo se debe tener claro el lenguaje que lo fundamenta ¿Qué relación se establece entre las matemáticas y la cultura? El lenguaje de las matemáticas hace parte de la cultura debido a que es una creación del hombre que se ha venido trasmitiendo a lo largo de la historia. Estos serían algunos aportes para contestar estas preguntas, si se ven a las matemáticas como teorías con sus lenguajes formales, aunque las respuestas podrán ser diferentes dependiendo de la concepción que se tenga sobre que son las matemáticas.

También se encuentran algunos aspectos que dan indicios sobre la mirada de los lenguajes matemáticos en el currículo. El primer aspecto es el trabajo del estudiante, donde se indica que saber matemáticas no significa solamente aprender definiciones y teoremas, resolver y plantear problemas si no que también el estudiante debe formular, probar y construir modelos, *lenguajes*, conceptos y teorías.

Se puede decir que una de las labores del estudiante al aprender matemáticas es adquirir diferentes *lenguajes*, según lo observado en el trabajo que desarrolla el estudiante en la clase de matemáticas. Otro aspecto es la labor pedagógica del docente, la cual consiste en simular una mini sociedad científica en su clase para que los *lenguajes* sean medios para dominar situaciones de formulación y las demostraciones sean pruebas, es decir, el docente debe trabajar los diferentes *lenguajes* con sus estudiantes en situaciones concretas de la matemática, sin especificarlo.

Los lineamientos plantean tres aspectos para organizar el currículo de matemáticas los cuales son; procesos generales, conocimientos básicos y contexto, pero se abordaran los dos primeros en los cuales se hace alusión al lenguaje. En el primer proceso el estudiante deberá desarrollar habilidades comunicativas, para ello debe conocer y manejar los diferentes lenguajes, mientras que en los conocimientos básicos se observar una de las relaciones más fuertes, al ver las matemáticas como teorías con sus lenguajes, ya que clasifican a los conocimientos básicos en cinco pensamientos y a cada uno de estos pensamientos le asignan su *sistema.* Si se analiza la noción de sistema de la propuesta del doctor **Carlos Vasco**[4] se está definiendo un lenguaje para cada uno de los pensamientos de una forma implícita, tomando el conjunto de objetos como las constantes y las variables, las operaciones serán los funtores, las relaciones serán los relatores y los conectores lógicos, acá tenemos la base de un lenguaje formal. Por ejemplo para el pensamiento numérico se definiendo los sistemas numéricos, que se pueden ver como el lenguaje con el cual los estudiantes y profesores se van a comunicar. También se evidencia cada uno de los pensamientos (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional), como teorías, y a cada una de ellas se le asigna un sistema

[4] Sistema es un conjunto de objetos con sus operaciones y relaciones

(numérico, geométrico, de medida, de datos y algebraico analítico), que sería su lenguaje, esto se pude decir debido a la relación que se puede observar entre un lenguaje y un sistema definido como lo muestra el profesor Carlos Vasco, ¿los docentes somos conscientes que estamos trabajando con lenguajes en cada una de las ramas de la matemática ?

Se debe tener en cuenta que en la escuela no se pude trabajar por separado cada uno de los pensamientos ya que en algunos momentos la relación es tan fuerte que en algunos ocasiones los pensamientos se unen para el trabajo de objetos, conceptos y problemas matemáticos, es decir, que hay situaciones en los cuales estos lenguajes se combinan entre sí, acá nos podemos cuestionar ¿los docentes y los estudiantes somos conscientes de estas combinaciones de teorías con sus lenguajes?

Se encuentra que en los lineamientos una parte hace alusión a los procesos generales de toda actividad matemática y resalta que los docentes deben incluir en sus clases los procesos de resolución y el planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimiento, todos estos procesos se vinculan de una manera directa con los lenguajes matemáticos.

También se observa un apartado en los lineamientos donde se mencionan que la comunicación es una necesidad humana en todos los escenarios de la vida, esto no es ajeno a la clase de matemáticas y se observa en el desarrollo de los diferentes pensamientos y las habilidades matemáticas, esto con el fin de que los estudiantes puedan desenvolverse en cualquier campo. (Ministerio de Educacion Colombia, 2010)

De acuerdo con lo observado en los lineamientos y estándares curriculares el lenguaje de las matemáticas se ve como un simple proceso de comunicación y no se resalta la importancia de que el estudiante conozca y maneje los lenguajes en matemáticos para que su aprendizaje sea más significativo y real, solo se nombran en un apartado que el docente debe orientar el uso del lenguaje matemático para que los estudiantes desarrollen habilidades para comunicarse en matemáticas y resaltan:

Para que los estudiantes puedan comunicarse matemáticamente necesitamos establecer un ambiente en nuestras clases en el que la comunicación sea una práctica natural, que ocurre *regularmente, y en el cual la discusión de ideas sea valorada por todos. Este ambiente debe permitir que todos los estudiantes:*

- *Adquieran seguridad para hacer conjeturas, para preguntar por qué, para explicar su razonamiento, para argumentar y para resolver problemas.*
- *Lean, interpreten y conduzcan investigaciones matemáticas en clase; discutan, escuchen y negocien frecuentemente sus ideas matemáticas con otros estudiantes en forma individual, en pequeños grupos y con la clase completa.*
- *Escriban sobre las matemáticas y sobre sus impresiones y creencias tanto en informes de grupo, diarios personales, tareas en casa y actividades de evaluación.*
- *Hagan informes orales en clase en los cuales comunican a través de gráficos, palabras, ecuaciones, tablas y representaciones físicas.*
- *Frecuentemente estén pasando del lenguaje de la vida diaria al lenguaje de las matemáticas y al de la tecnología.[5](lineamientos curriculares matemáticas , 2010, pag.75)*

Lo anterior se refiere a lenguaje matemático y no a los lenguajes matemáticos, además no se profundiza sobre lo que en verdad es un lenguaje formal en matemáticas, se destacan la importancia de la comunicación pero no se le da la fuerza y la relevancia a los lenguajes matemáticos como tal, que era lo esperado en esta aspecto referido a la comunicación.

En lo relacionad con la modelación se evidencia la necesidad de conocer y manejar el lenguaje matemático cuando se quiere resolver un problema o manejar alguna expresión matemática, pero no se hace alusión a los lenguajes matemáticos de una manera específica.

Es pertinente revisar los estándares curriculares para observar cual es el manejo que se le da a los lenguajes matemáticos, se debe recordar que los estándares son un complemento de los lineamientos curriculares, donde se ve de una manera explícita y especifica lo que los estudiantes deben lograr en cada grado, de esta manea resaltamos de los estándares la noción de competencia matemática la cual enuncia "*ser matemáticamente competente",* en este orden de ideas, lo que nos interesa de este apartado es que el docente debe apropiarse, explorar y reflexionar sobre supuestos de las matemáticas, los cuales son:

[5] Tomado lineamientos curriculares

- *Las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia, en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y solucionar problemas tanto internos como externos a las matemáticas mismas. En la búsqueda de soluciones y respuestas a estos problemas surgen progresivamente técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente decantadas y compartidas.*

- *Las matemáticas son también el resultado acumulado y sucesivamente reorganizado de la actividad de comunidades profesionales, resultado que se configura como un cuerpo de conocimientos (definiciones, axiomas, teoremas) que están lógicamente fundamentados y estructurados*

Con base en estos supuestos se pueden distinguir dos factores básicos del conocimiento matemático

- *La formal, constituida por los sistemas matemáticos y sus justificaciones, la cual se expresa a través del lenguaje propio de las matemáticas en sus diversos registros de representación.*
- *Las practicas que expresan condiciones sociales de relación de las personas con su entorno, y contribuye a mejorar su calidad de vida y su desempeño como ciudadano[6](lineamientos curriculares matemáticas , 1998, pag.75)*

Según el apartado anterior tomado de los estándares curriculares, el docente debe reflexionar sobre las matemáticas como una construcción humana que está condicionada por la cultura y la historia, en la cual se debe utilizar recursos *lingüísticos* para desarrollarla, en este caso se está reconociendo la necesidad del lenguaje propio de las matemáticas visto desde el formalismo, por tal razón es fundamental que los profesores de matemáticas le den la relevancia a los lenguajes formales en matemáticas desde una mirada histórica para poder llevarlas al aula de una manera natural.

[6]Tomado Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.

Por otro lado en los estándares curriculares se plantean *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas,* los cuales se definir como lo que los estudiantes puedan hacer dependiendo del nivel es decir los grado agrupados de 1º a 3º, 4º y 5º, 6º y 7º, 8º y 9º, 10º y 11º y el pensamiento. Se considera que todos los estándares que se plantean están relacionados con los lenguajes matemáticos de una manera implícita. Esto se evidencia en los siguientes estándares.

Tabla 1:

Estándares que se relaciona con los lenguajes matemáticos

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS Grados 1-3. Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.	Se pretende que el estudiante tenga la capacidad de manejar un lenguaje formar aritmético con el fin que describa ,comparare y cuantifique situaciones con números en diferentes contextos y diferentes representaciones.
PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS Grados 4-5. Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.	Para que el estudiante clasifique figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes debe manejar un lenguaje formal de tipo geométrico el cual se debe utilizar cuando se nombra un ángulo, un vértice y las relaciones que puede establecer entre estos elementos.
PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS Grados 6-7. Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa,	Cuando el estudiante pretende generalizar las diferentes propiedades debe tener un manejo del lenguaje formal de la aritmética, su universo de estudio en este caso son los números racionales..

asociativa, etc.) en diferentes contextos.	
PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS Grados 8-9. Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).	En este estándar se puede ver como el estudiante a partir de información obtenida en el lenguaje ordinario o en los lenguajes matemáticos, debe interpretar y analizar dicha información, para lograr esto se debe tener un conocimiento sobre los lenguajes matemáticos tanto para su interpretación como para su análisis.
PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS Grados 10 y 11. Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.	El manejo del lenguaje en este estándar resalta a la vista, ya que el estudiante debe tener claro que es una expresión algebraica, que es un polinomio, en este caso se relacionado con el lenguaje formal del algebra y también con el lenguaje formal del cálculo cuando interviene el concepto de la derivada.

Esta es una visión personal sobre lo que se observa en los lineamientos y en los estándares curriculares dados por el ministerio de educación de Colombia, puede ser que algunos docentes no compartan esta visión o esta mirada de las matemáticas como teorías con sus propios lenguajes formales.

CAPÍTULO 3

3. LÍNEA DEL TIEMPO POLINOMIOS Y ECUACIONES

En este capítulo se muestra la indagación realizada acerca de la evolución histórica de los polinomios, las ecuaciones polinómicas y su lenguaje hasta llegar a su forma actual para ello se toman seis fuentes distintas, las cuales son:

1. *Tres civilizaciones tres numeraciones* (Simondi)
2. *Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico visión histórica.* (Malisani, 1999)
3. *De la resolución de ecuaciones polinómicas al algebra abstracta: un paseo a través de la historia.* (Ochoviet, 2007)
4. *La resolución de problemas en la historia de las matemáticas.* (Puig, 2006)
5. *La matemática y la educación.* (oficina de ciencias de la unesco para america latina, 1972)
6. *Algebra sets, symbols, and the language of thought.* (John Tabak, 2004)

Las primeros cuatro fuentes son artículos de revistas especializadas en matemáticas que tratan sobre la historia de las mismas, especialmente de las ecuaciones y el algebra. La fuente cinco es un libro de educación publicado por la UNESCO en Uruguay. Por último la fuente seis es un libro de historia del algebra publicado en Estados Unidos.

Basándose en las seis fuentes se construye una línea del tiempo, para citar cada uno de los textos de donde fue tomada la información se utiliza la numeración definida anteriormente para cada una de los documentos. Se utiliza la notación moderna cuando se haga referencia a las ecuaciones, también se aproximaran algunas fechas para mantener el orden cronológico de la línea del tiempo. El recorrido histórico inicia en el año 3225 antes de Cristo y termina en el año 1839 después de Cristo, este inérvalo de tiempo se divide en 4 momentos *(3225aC-250 d.C.), FASE RETORICA, (250dc -1540) FASE SINCOPADA, (1540-1603), FASE SIMBOLICA (1603 en adelante FASE MODERNA)* [2]

Esquema 1

3250 a.C

LENGUAJE
El simbolismo como aparición de de la escritura [1]

2650 a. C

ECUAICONES
Los Sumerios para las operaciones concretas se utilizaban los calculis ciudad Shuruppak, resolvían problemas por medio de ecuaciones polinómicas de primer grado [1]

1900 a.C.

LENGUAJE Y ECUACIONES
Los Babilónicos sistema posicional base 60 resolvían problema que se a semejan a ecuaciones polinómicas de la forma $ax+b=c$, $ax^2+bx=c$, $ax^3+bx^2=c$ lenguaje natural.[1]

1700 a.C

ECUACIONES
Los Egipcios resolvían problemas que se asemejan ecuaciones polinómicas de la forma $ax+b=c$ $ax^2+b=c$ encontrado en El papiro de Rhind utilizaban lenguaje natural para su tratamiento [1,3]

1650 a.C

ECUACIONES
Los Árabes, babilónicos resolvía ecuaciones polinómicas de primero y de segundo grado expresada su planteamiento y su solución con palabras [4]

323 a.C

LENGUAJE
Aristóteles creador del Silogismo lógico, el padre de la lógica moderna [4]

300 a.C

ECUACIONES
Los griegos, resolvía ecuaciones polinómicas $ax+b=c$ y $ax^2+b=c$ lenguaje natural y geométrico, EL numero representados por segmentos Euclides manejo números Q y I [2, 3]

225 a.C

ECUACIONES
Arquímedes trato una ecuación polinómicas cubica en lenguaje natural [3,5]

214 d. C

ECUACIONES
La Dinastía Han escribió una Aritmética en nueve secciones en la cual había problemas que se solucionan por medio de ecuaciones polinómicas, escrito en lenguaje natural. [6]

224 d.C

LENGUAJE Y ECUACIONES
Diofanto introduce por primera vez nociones para la escritura simbólica en el álgebra, abreviaturas (letras griegas) para indicar la incógnita de una ecuación y sus potencias y un nuevo objeto que llama deficiencia[2, 4]

627 d.C | 628 d.C | 750 d.C | 812 d.C | 1100 d.C | 1110 d.C | 1150 d.C | 1450 d.C | 1468 d.C | 1482 d.C

627 d.C

ECUACIONES Y LENGUAJE
Los Hindúes manejaban un sistema posicional base 10, números racionales, irracionales y negativos, Abreviaturas para lo desconocido [4]

628 d.C

ECUACIONES Y LENGUAJE
Brahamagupta Álgebra con Aritmética sincopada símbolos especializados y abreviaturas para transmitir las ideas involucradas, define al cero como la diferencia de el por sí mismo, manejo de operaciones con números positivos *Fortuna* y negativos *deuda*, utilizaba colores para denotar diferentes variables, manejo ecuaciones polinómicas de 1 y 2 grado coeficientes +, –, racionales e irracionales. [4, 6]

750 d.C

ECUACIONES Y LENGUAJE
Los hindúes crearon un simbolismo algebraico bastante eficiente que les permitió desarrollar nuevos procedimientos de resolución de ecuaciones polinómicas .[2]

812 d.C

ECUACIONES Y LENGUAJE
al-Khowârismî comienza el trabajo con especies de números que aparecen en los cálculos como “raíces”, “posesión” “tesoro” “simples números” y la “cosa” la cual la definía como algo desconocido, construye lo que en nuestros días seria polinomios de grado menor o iguales a dos, soluciona ecuaciones polinómicas, escribe el Libro conciso de cálculo de restauración y oposición se plantea que cualquier problema puede ser resuelto (Libro del cálculo con los números hindúes polinómicas desarrollo un álgebra retorica [3, 4, 5]

1100 d.C

ECUACIONES
Omar Khayyam origen persa clasifico 13 ecuaciones polinómicas de grado tres.[5]

1110 d.C

ECUACIONES Y LENGUJAE
Los Árabes nombres especiales para las incógnitas resolvían problemas generales por medio de ecuaciones polinómicas.[2]

1150 d.C

ECUACIONES
Leonardo Pisano introdujo en Occidente los procedimientos aritméticos utilizados por los árabes.[2]

1450 d.C

ECUACIONES Y LENGUAJE
Piero Della Francesca, escribió Tratado de ábaco llamado Trattato d'Algibra se comienza a evidenciar una cierta tendencia hacia el simbolismo, porque el autor utiliza sistemáticamente ciertos nombres especiales para denominar la incógnita y sus potencias x es la cosa, x^2 es censo, x^3 es cubo soluciona las ecuaciones por métodos formales

1468 d.C

LENGUAJE
Nicolás Chuquet introdujo los exponentes gradualmente 8^3 para indicar $8x^3$.[2]

1482 d.C

LENGUAJE
Le atribuyen a Leonardo da Vinci invento de los símbolos + y – según Rapisardi [2]

1528

LENGUAJE
Widman y Stifel fueron los matemáticos que adoptaron los signos +, - después que fueron utilizados por los alemanes para indicar los pesos en exceso o en defecto de los cajones según autores como Kline Loria.[2]

1545

ECUACIONES
Ars Magna de Cardano trabajo puramente retórico, largo en prosa y carente de notación algebraica resolver ecuaciones polinómicas de 3 grado y un intento por resolver las de 4 grado.[5, 6]

1549

LENGUAJE Y ECUACIONES BOMBELLI
Introducción de una notación particular para la incógnita y su potencia: x era circunferencia y adentro el uno, x^2 era circunferencia y el dos adentro Lenguaje sincopado-Avanzado combinación entre lenguaje natural y simbolismo algebraico formular las reglas de las operaciones numéricas con polinomios y los procedimientos de resolución de ecuaciones, este lenguaje no era auto suficiente ya que se debía fundamentar con la geometría o lenguaje natural.[2]

1570

LENGUAJE Y ECUACIONES
FranGois Viste (llamado por algunos Vieta), quien introduce las letras con ello tenemos expresiones "literales", aproximándose así las expresiones algebraicas al sistema por nosotros conocido fue el primero que utilizó sistemáticamente las letras para todas las cantidades (la incógnita, sus potencias y los coeficientes genéricos) y los signos para las operaciones, empleaba este lenguaje simbólico tanto en los procedimientos resolutivos como en la demostración de reglas generales. Viète llamaba a su álgebra simbólica logística especiosa en oposición a la logística numerosa: consideraba el álgebra como un método para operar sobre las especies o las formas de las cosas Por primera vez en más de tres milenios se podría hablar de una ecuación cuadrática general, es decir, una ecuación con (arbitrarias) coeficientes literales en lugar que uno con coeficientes numéricos (específicas). Homogeneidad.[2, 3, 5,6]

1590

ECUACIONES
Thomas Harriot realizo una observación la relación entre las soluciones a una ecuación y la propia ecuación. El problema inverso una ecuación polinómica de tercer grado. [6]

1603

LENGUAJE
Galileo Galilei en el libro Diálogos sobre dos nuevas ciencias utiliza el algebra para expresar sus ideas, carencia de notación formal, se comenzó a ver el algebra como un lenguaje precisa para expresa ideas. [6]

1612

ECUACIONES
Albert Girard especulación de que todo polinomio de grado n tiene n raíces, pensó representar cada polinomio como un producto de factores lineales.[6]

1617

LENGUAJE
Oughtred utiliza el signo X del producto.[2]

1650

LENGUAJE
Los símbolos raíz, + y – fueron introducidos por Adam Riese.[2,5]

1655

LENGUAJE
En la obra de Pacioli (1445-1514?) la incógnita y sus potencias vienen representadas de este modo x es co, x^2 es co o z, x^3 es cu o c. [2]

1681

LENGUAJE
Leibniz aporte a la notación algebraica, propuso la creación de un lenguaje especializado de la ciencia que fuera universal cada concepto seria representado por un ideograma primer paso para desarrollar un algebra pensada interpretado las variables que surgieron en sus cálculos como magnitudes geométricas, de fuerzas o aceleraciones.[6]

1692

LENGUAJE
René Descartes reinterpretar las ideas que ya se conocían desde los tiempos de los antiguos griegos, un número desconocido, se asoció una x a un segmento y el sentido a x^2, notación era totalmente simbólico- esencialmente notación moderna, no homogéneas. [6]

1742

LENGUAJE
Euler introduce el símbolo para representar el número *i* .[5]

1792

LENGUAJE Y ECUACIONES
Robert Argand representación geométrica de los números complejos y una demostración del teorema fundamental del álgebra [6]

1831

ECUACIONES
Carl Friedrich Gauss demostró 4 veces a el teorema fundamental del algebra propuesto por Albert Girardesto se debe a su conocimiento y manejo de los números complejos de la forma a+bi y su representación en el plano.6

1815

ECUACIONES
Niels Henrik Abel demostró que no era posible encontrar una fórmula generar para resolver ecuaciones polinómicas mayores de cuarto grado.[6]

1816

LENGUAJE Y ECUACIONES
Gauss introduce la teoría de los números complejos. [5]

1832

ECUACIONES
Evariste Galois escribió la teoría de galois números construibles, la idea de campo y el trabajo con grupos en especial el de las permutaciones. [6]

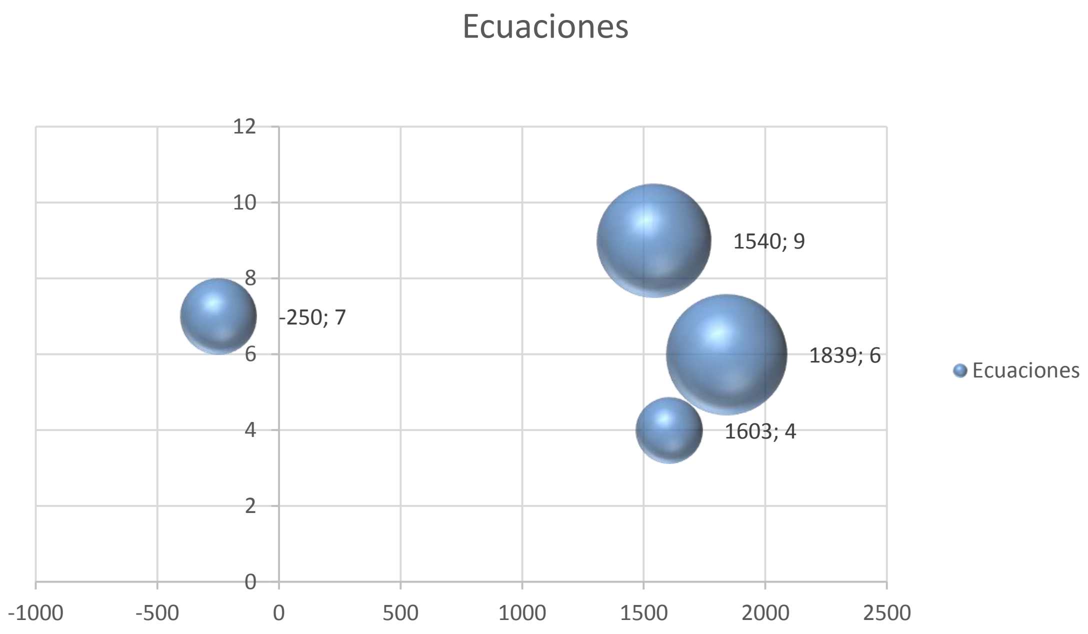
1839

LENGUAJE
George Boole lógica simbólica. Buscó una manera de aplicar el álgebra para expresar y extender ampliamente la lógica clásica.[6]

A continuación se presentan dos formas distintas para analizar la línea del tiempo, en la primera se presentaran dos gráficas las cuales se dividen en los cuatro momentos o etapas que se establecen al comienzo de este capítulo: etapa uno *(250 d.C.), FASE RETORICA*, etapa dos *(250dc -1540) FASE SINCOPADA*, etapa tres *(1540-1603), FASE SIMBOLICA*, etapa cuatro *(1603 en adelante FASE MODERNA)*, la segunda forma de analizar la línea del tiempo consistirá en ver cuáles de esos aportes fueron los más relevantes en el desarrollo de los polinomios, las ecuaciones y el lenguaje formal.

Primer análisis:

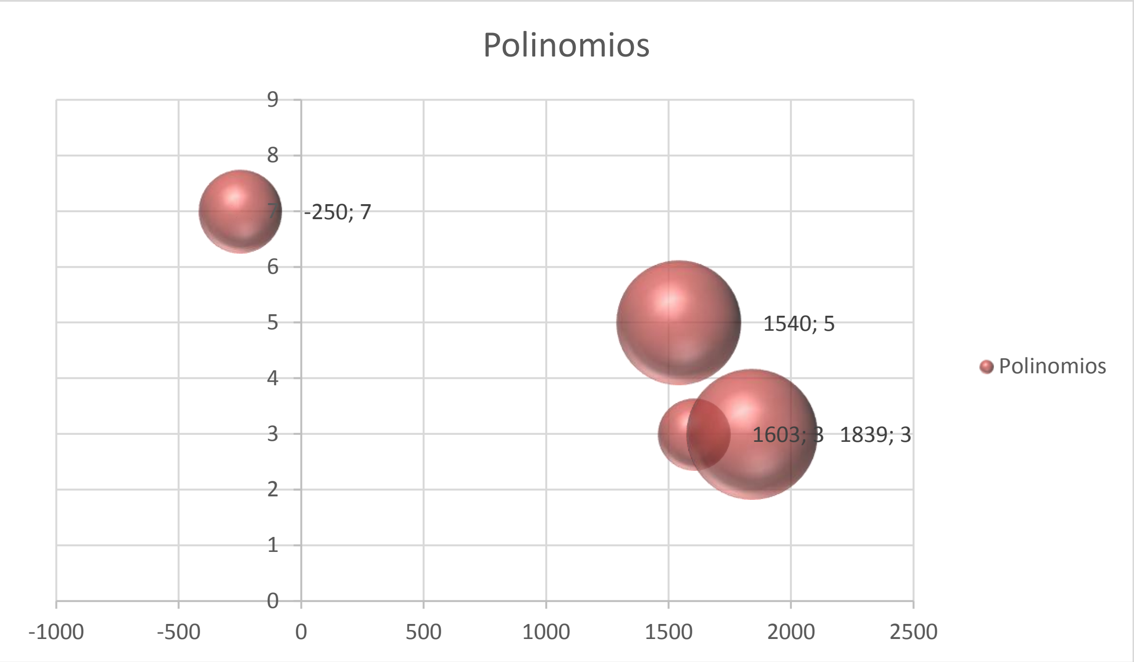
Grafica 1 ecuaciones y lenguaje



Grafica 1

En el grafico 1 se encuentra las veces que se trabajó con las ecuaciones y el lenguaje, dividiendo la línea del tiempo en los cuatro momentos que se establecieron al iniciar el capítulo, las veces que se trabaja con las ecuaciones está determinada por la altura de cada una de las esferas desde 0 hasta 12, el volumen de las esferas determina las veces que se trabajó con el lenguaje en cada uno de los momentos. Como se ve en la primera etapa se trabajó con la ecuación en 7 momentos y con el lenguaje en 4 momentos, en la segunda etapa se trabajó con la ecuación en 9 momentos y con el lenguaje en 9 momentos, en la tercera etapa se trabajó con la ecuación en 4 momentos y con el lenguaje en 3 momentos, en la última etapa se trabajó en 6 momentos con las ecuaciones y en 10 momentos con el lenguaje.

Grafico 2 polinomios y lenguaje



Grafica 2

El grafico 2 se encuentra las veces que se trabajó con los polinomios y el lenguaje, dividiendo la línea del tiempo en los cuatro momentos que se establecieron al iniciar el capítulo, las veces que se trabajó con los polinomios está determinado por la altura de cada una de las esferas desde 0 hasta 9, el volumen de las esferas determina las veces que se trabaja con el lenguaje, en la primera etapa se trabajó 7 momentos con los polinomios y en 4 momentos con el lenguaje, en la etapa dos se trabajó en 5 momentos con los polinomios y en 9 momentos con el lenguaje, en la etapa tres se trabajó en 3 momentos con los polinomios y 3 veces con el lenguaje en la etapa cuatro en 3 momentos con los polinomios y en 10 momentos con el lenguaje.

Segundo análisis:

Se encuentran algunos personajes destacados a lo largo de la historia de los polinomios, de las ecuaciones polinómicas y del lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas en cada una de las epatas. Uno de los personajes que se destaca en la fase retorica es Al-Khowârismî por su trabajo con las ecuaciones y su soluciones, además realizar grandes aportes respecto al manejo del lenguaje en cuanto a las especies de números creando una algebra retorica.

Luego en la fase simbólica se evidencia un trabajo más estructurado en cuanto a la formalización del lenguaje de los polinomios y de las ecuaciones polinómicas, destacándose personajes como Bombelli el cual introdujo una notación particular para la incógnita y su potencia: x era una circunferencia y adentro el número uno, x^2 era una circunferencia y el dos adentro era un lenguaje sincopado-avanzado combinación entre lenguaje natural y simbolismo algebraico, también formular las reglas de las operaciones numéricas con polinomios y los procedimientos de resolución de ecuaciones, otro personaje destacado es François Viète quien introduce las letras con ello tenemos expresiones "literales", aproximándose a las expresiones algebraicas al sistema que hoy maneamos, fue el primero que utilizó sistemáticamente las letras para todas las cantidades (la incógnita, sus potencias y los coeficientes genéricos) también los signos para las operaciones, empleaba este lenguaje simbólico tanto en los procedimientos resolutivos como en la demostración de reglas generales. Viète llamaba a su álgebra simbólica logística especiosa en oposición a la logística numerosa: consideraba el álgebra como un método para operar sobre las especies o las formas de las cosas, por primera vez en más de tres milenios se podría hablar de una ecuación cuadrática general, es decir, una ecuación con (arbitrarias) coeficientes literales en lugar que uno con coeficientes numéricos.

Finalmente en la fase moderna, las matemáticas tuvieron un gran avance tanto en todos los sentidos y esto se ve reflejado en la creación de nuevas teorías matemáticas, como lo la idea de campo y la teoría de grupos creadas por Evariste Galois la cual trajo formalizo el lenguaje del algebra y con ello el lenguaje de las ecuaciones polinómicas.

En el siguiente capítulo se realizara una construcción del lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas en una variable basándose en lo desarrollado en los anteriores capítulos en especial los desarrollos planteados en el capítulo uno y este capítulo.

CAPÍTULO 4

4. LENGUAJE FORMAL DE LAS ECUACIONES POLINOMICAS

En este capítulo se mostrara una propuesta formal para construir y definir **el lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas de una variable en el conjunto de los números reales**, para realizar esta construcción se definirá los diferentes elementos que necesitan para el desarrollar de este lenguaje. Para comenzar se tomara el trabajo desarrollado en el capítulo uno en especial en la parte *lenguajes formales en matemáticas*, para ello se necesitaran algunos de los elementos que se definieron en el capítulo uno como lo son:

- Constantes son los números reales representados con la letra $a_1, \ldots., a_n$ $n \in N$
- Una variable que se llamara x
- Tres Funtores suma, multiplicación y potenciación que se representaran respectivamente con los signos $+$, $\cdot$, ^{n}
- Un Relator representado con el símbolo $=$ que me representa la relación entre variables y constantes

Con estos elementos se construirá el lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas en *R*, se debe recordar que la unión de estos elementos forma cadenas, pero no todas estas cadenas son válidas, las cadenas que son válidas se pueden ubicar en dos grupos el primero grupo son las cadenas que nombran objetos, llamados términos y el segundo grupo son las cadenas que dicen algo sobre estos objetos, llamadas formulas. Para que esto sea más claro se debe remitir a las siguientes reglas que se encuentran en el libro (*Lógica y teoría de conjuntos de Carlos Ivorra Castillo, 2010)* Si x_i representa una variable, a_i representa constante, t_i representa un término, f un funtor, R el relator, entonces:

i. x_i es un término
j. a_i es un término
k. $R_i^n t_1 \ldots \ldots \ldots t_n$ es una formula
l. $f_i^n t_1 \ldots \ldots \ldots . t_n$ es un termino

4.1. POLINOMIOS DE UNA VARIABLE

Conociendo las reglas y elementos no lógicos mencionados anteriormente, se comenzar a definir el lenguaje formal, lo primero que se definirá en nuestro lenguaje serán los términos que serán constates definidas como todos los números reales a y las potencias de x.

1. a es una constante que pertenece a los números Reales que llamaremos coeficiente.
2. 1 es una potencia de x.
3. El término x es una potencia de x y su exponente es 1.
4. Si los términos α y β son potencias de x entonces el término $\alpha\beta$ es una potencia de x, que se podrá denotar como x^n siendo n la suma de los exponentes de α y β .

Ahora se define que son monomios en la variable x.

1. Si a es una constante a es monomio de la variable x.
2. Si α es una potencia de x α es un monomio de la variable x
3. Si a es una constante y α es una potencia de x entonces $a \cdot \alpha$ es un monomio de la variable x.

Ejemplos:

a. *3*
b. *x.*x^3
c. *4x.*

Los polinomios en la variable x:

1. Si α es un monomio de la variable x entonces α es un polinomio de la variable x
2. Si α y β son monomios de la variable x entonces $\alpha + \beta$ es un polinomio de la variable x.
3. Si α y β son polinomios de la variable x entonces $\alpha + \beta$ es un polinomio de la variable x.
4. Si α y β son polinomios entonces $\alpha\beta$ son polinomios.

Ejemplos:

a) 3
b) $3x + 4x^3$
c) $3 + 3x^5 + \frac{3}{2}x + \sqrt{3}x^2$
d) $3x.2x^2$

Ahora se introducirán algunas reglas sintácticas de notación que hacen falta para tener una escritura más simple de cualquier polinomio ya que en este momento se puede encontrar polinomios como $x.x^3.x^5$ que se podría expresar como x^9, las reglas son las siguientes:

1. Se aplicaran los funtores indicados a las constantes y a la variable si se pueden realizar.
2. Se organizara los monomios del polinomio de mayor a menor dependiendo del exponente de la variable x.

Ejemplo: $x + 3x + 4x^2$ aplicando la primera regla sintáctica este polinomio quedaría de la siguiente manera $4x + 4x^2$, aplicando la segunda regla sintáctica quedaría $4x^2 + 3x$.

4.2 ECUACIONES POLINOMICAS EN UNA VARIABLE

1. Si α y β son dos polinomios, a es una constante y $\alpha \neq a$ o $\beta \neq a$ entonces α = β es una ecuación polinomica.
2. Una ecuación polinómicas es una proposición abierta.
3. Todo $a \in R$ es el dominio de la variable en la ecuación polinomica.
4. La solución de la ecuación polinómica son todos los $a \in R$ que vuelven verdadera la proposición abierta

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES

- Los lenguajes en matemáticas son grupos o conjuntos de términos que cumplen un papel determinado dado por la estructura lógica que lo fundamental, por medio de definiciones, reglas, axiomas, teoremas, que permiten a las personas comunicarse de una forma exacta, a diferencia de los lenguajes que se manejan normalmente (lenguajes naturales). Busca estar libre de ambigüedades, los lenguajes matemáticos permiten entender, manipular y comunicar de una manera exacta dentro de las teorías matemáticas.

- En los alfabetos de los lenguajes naturales con solo una clase de símbolos se construyen las cadenas bien formadas que serían las palabras, las oraciones los párrafos; mientras que los lenguajes formales en matemáticas están conformados por grupos de símbolos como los son las constantes, las variables, los funtores, conectores lógicos, etc. y su unión generan las formulas bien formadas.

- En el alfabeto de los lenguajes naturales se combinan letras y así se forman palabras que representan cosas o acciones, en el alfabeto matemático cuando se combinan símbolos las expresiones resultantes son términos o formulas.

- Otra diferencia entre estos dos lenguajes es que el lenguaje, natural se usa de forma cotidiana por la mayoría de las personas, mientras que los lenguajes formales en matemáticas son utilizados por un determinado grupo de personas en contextos específicos.

- En el lenguaje natural existen palabras sinónimas, pero en los lenguajes formales en matemáticas no existen los sinónimos, cada “expresión” tiene un significado concreto y específico teniendo en cuenta el contexto teórico en el cual se está trabajando.

- En los lineamientos curriculares los lenguajes formales en matemáticas se encuentran en los sistemas asignados a cada uno de los pensamientos matemáticos que siguen la noción de *sistema* planteada por el Doctor Vasco. Sin embargo, estos lenguajes se presentan de manera implícita. En cuanto a los estándares se evidencia un trabajo continuo con los diferentes lenguajes formales en matemáticas pero también de una forma implícita.

- Antes de realizar la línea del tiempo se tenía la idea de que para hacer matemáticas era necesario haber definido un lenguaje formal, pero después de realizar la construcción de la línea del tiempo se hace evidente que las matemáticas también se trabajaron, se desarrollaron y se comunicaron sin tener lenguajes formales definidos, esto se ve en las dos primeras etapas mencionadas en el capítulo dos, *(3226 a.C-250 d.C.), FASE RETORICA, (250 d.C -1540) FASE SINCOPADA.*

- La construcción de lenguajes formales trajo como consecuencia que las matemáticas avanzaran más rápido de como venían avanzando antes de la creación de los lenguajes formales en matemáticas, esto se evidencia en el grafico uno y el grafico dos del capítulo 3 que analiza la línea del tiempo.

- La construcción y evolución de los polinomios, ecuaciones polinómicas y del lenguaje de las ecuaciones polinómicas es un constructo social, en el que han intervenido diferentes culturas y generaciones desde los inicios de la humanidad, esto se evidencia en la línea del tiempo del capítulo 3 en la cual se ve los aportes realizados desde diferentes lugares del mundo y en épocas distintas.

- Se evidencia un trabajo muy significativo en cuanto a las ecuaciones polinómicas y su solución desde la perspectiva de los lenguajes naturales en la fase retórica, destacando a los árabes, los griegos, lo egipcios y los babilónicos.

- La ausencia de lenguajes formales en matemáticas no fue un impedimento para que las matemáticas, en especial los polinomios y las ecuaciones polinómicas se desarrollaran a lo largo de la historia esto se ve reflejado en la fase retórica y la fase sincopada de la línea del tiempo del capítulo 3.

- Utilizando las bases de los lenguajes formales en matemáticas es factible construir un lenguaje formal para las ecuaciones polinómicas en una variable que se puede implementar en el aula como un apoyo para la enseñanza de las ecuaciones polinómicas.

- Teniendo el lenguaje formal de las ecuaciones polinómicas en una variable se puede extender al lenguaje formal de ecuaciones polinómicas en *n* variables, utilizando el mismo método de construcción que se utiliza para las ecuaciones polinómicas de una variable partiendo de los elementos que se definieron en el primer capítulo (lenguajes formales en matemáticas).

- Los docentes de matemáticas estamos en la capacidad de realizar construcciones propias basándonos en lo fundamentado por los matemáticos a lo largo de la historia y con ello intentar mejorar nuestra práctica docente.

BIBLIOGRAFÍA

Castillo, C. I. (2010). *lógica y teoría de conjuntos .* Madrid : Universidad de Valencia .

Jean, A. (1999). *INTRODUCTION TO LINGUISTICS.* Obtenido de http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:V4MCzE-Zd4EJ:https://zope.angl.hu-berlin.de/import/oldsite/faculty/olsen/files/script_ws08.doc+&cd=2&hl=es&ct=clnk&gl=co

John Tabak. (2004). *algebra sets symbols, and the language of thought.* New York: Facts On File,.

Malisani, E. (1999). Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico vision historica . *Revista IRICE*.

Ministerio de Educacion Colombia. (2010). *Ministerio de Educacion nacional* . Obtenido de Lineamientos curriculares : http://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-article-339975.html

Ochoviet, C. (2007). De la Resolución de Ecuaciones Polinómicas al algebra abstracta. un paseo a través de la Historia. *Revista digital Matemática*, 1-19.

oficina de ciencias de la unesco para america latina. (1972). *La matemáticas y la Educación .* montevideo .

Peinado, F. (2009). *universidad Complutense*. Obtenido de http://web.fdi.ucm.es/profesor/fpeinado/courses/compiling/Repaso-LenguajesFormales.pdf

Puig, L. (2006). La resolución de problemas en la historia de las matemáticas . *Publicacions de la universidad de Jaumen 1*, 39-57.

Simondi, V. Y.–S. (s.f.). tres civilizaciones tres numeraciones. *Educacion matemática*, 3-27.

Stix, G. (septiembre de 2008). *http://www.investigacionyciencia.es/cesta*.